

उच्च स्तर गणित

BY A TEAM OF EXPERTS



उच्च स्तर गणित

विषय-सूची

1. बीजगणित (<i>Algebra</i>)	5 - 44
2. ज्यामिति (<i>Geometry</i>)	45 - 81
3. त्रिकोणमिति (<i>Trigonometry</i>)	82 - 117
4. क्षेत्रफल, क्षेत्रमिति (<i>Mensuration</i>)	118 - 160

1.

बीजगणित ALGEBRA

बीजगणितीय व्यंजक (Algebraic Expression):

बीजगणितीय व्यंजक (Algebraic Expression): वर्णिक संख्याओं एवं गणित की मूल सक्रियाओं को निर्देशक चिन्हों से निर्मित व्यंजक बीजगणितीय व्यंजक कहलाता है।

बीजगणितीय व्यंजक एकपदीय (monomial) कहलाता है, जब इसमें केवल एक पद हो। जैसे, $+6x, -3y$ आदि। इसे द्विपदीय (binomial) कहा जाता है, यदि इसमें दो पद हों। जैसे, $p^2 + 2r, -x^2 + 2x$ आदि। इसे बहुपदीय (polynomial) कहा जाता है, यदि इसमें 2 से अधिक पद हो।

बहुपदीय व्यंजकों का जोड़ एवं घटाव (Addition and Substraction of Polynomials): समान पदों के गुणाकों को आपस में जोड़ा या घटाया जाता है। मान लीजिए, $(3x^2 + 2x - 3)$ एवं $(5x^3 - 2x^2 + x)$ दो बहुपदीय व्यंजक हैं। इन दोनों व्यंजकों का योग:

$$5x^3 + (3x^2 - 2x^2) + (2x + x) - 3 = 5x^3 + x^2 + 3x - 3$$

इन दोनों बहुपदीय व्यंजकों की घटाने का मतलब है, बड़े बहुपद में से छोटे को घटाना।

$$= (5x^3 - 2x^2 + x) - (3x^2 + 2x - 3) = 5x^3 - 2x^2 + x - 3x^2 - 2x + 3$$

$$= 5x^3 + (-2x^2 - 3x^2) + (x - 2x) + 3$$

$$= 5x^3 - 5x^2 - x + 3$$

शेषफल प्रमेय (Remainder Theorem): यह प्रमेय $(x - a)$ के रूप में अभिव्यक्त प्रथम घात के विभाजक एवं शेष $r(x)$ के बीच के संबंध को निरूपित करता है।

यदि x का समाकल फलन (integral function), $(x - a)$ द्वारा तब तक विभाजित किया जाता है जब तक कि शेष x से रहित न हो जाए तो शेष मान उतना ही होता है जितना कि मूल व्यंजक में x की जगह ' a ' रखने से प्राप्त होता। दूसरे शब्दों में, यदि $f(x)$ को $(x - a)$ से विभाजित किया जाए तो शेष $f(a)$ बचता है। उदाहरण के लिए, जब

$$f(x) = x^3 - 2x^2 + 3x - 4 \text{ में } (x - 2) \text{ से भाग दिया जाता है तो शेष बचता है } f(2)।$$

$$\text{यानि } f(2) = 2^3 - 2(2)^2 + 3(2) - 4 = 2$$